О моделировании знания в социальных сетях

В.Н. Крупский

МГУ им. М.В. Ломоносова
krupski@lpcs.math.msu.su

2017

Пусть X — (конечное) множество всех пользователей некоторой социальной сети (Facebook, LiveJournal, московские логические семинары, и т.п.). В процессе общения в сети пользователи обмениваются информацией, представленной в виде высказываний.

Но весьма сомнительно, что в результате такого общения удается установить истинность или ложность этих высказываний.

Утверждения в сети обрастают свидетельствами, подробностями, комментариями, но все это направлено не на то.

Пусть X — (конечное) множество всех пользователей некоторой социальной сети (Facebook, LiveJournal, московские логические семинары, и т.п.). В процессе общения в сети пользователи обмениваются информацией, представленной в виде высказываний.

Но весьма сомнительно, что в результате такого общения удается установить истинность или ложность этих высказываний.

Утверждения в сети обрастают свидетельствами, подробностями, комментариями, но все это направлено не на то.

Все свидетельства направлены на то, чтобы пользователи **поверили в истинность** соответствующих высказываний. Цель — убедить пользователя. Истинность/ложность высказывания не имеет значения.

Предлагается в основу формализации вместо предиката истинности высказываний положить более сложный предикат **уверенности в истинности**:

$$x \Vdash F \quad \Leftrightarrow \quad \text{“}x \text{ уверен, что } F \text{ верно”}.$$

Предлагается в основу формализации вместо предиката истинности высказываний положить более сложный предикат **уверенности в истинности**:

$$x \Vdash F \quad \Leftrightarrow \quad \text{“}x \text{ уверен, что } F \text{ верно”}.$$

Убежденность возникает в результате обсуждения высказывания и всех свидетельств некоторой группой пользователей U_x, включающей в себя x. Если все они придут к убеждению, что F верно, то, в частности, $x \Vdash F$.

Предлагается в основу формализации вместо предиката истинности высказываний положить более сложный предикат **уверенности в истинности**:

$$x \Vdash F \quad \Leftrightarrow \quad \text{“}x \text{ уверен, что } F \text{ верно”}.$$

Убежденность возникает в результате обсуждения высказывания и всех свидетельств некоторой группой пользователей U_x, включающей в себя x. Если все они придут к убеждению, что F верно, то, в частности, $x \Vdash F$.

Допущение (Сомневающиеся пользователи)

Обратное тоже верно: $x \Vdash F \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in U_x (y \Vdash F)$.

Если такой группы нет, x не участвовал в соответствующем обсуждении, то у него нет основания быть уверенным в верности высказывания F, т.е. $x \nVdash F$.
(Он может считать F верным, но сомневаться.)

Каждая группа U имеет непустое подмножество $E(U) \subseteq U$ "авторитетных" блоггеров.

Это источник информации, инициаторы обсуждений. Остальные пользователи только читают и комментируют.

- $x \Vdash KF \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in E(U_x)\,(y \Vdash F)$.

Каждая группа U имеет непустое подмножество $E(U) \subseteq U$ "авторитетных" блоггеров.

Это источник информации, инициаторы обсуждений.
Остальные пользователи только читают и комментируют.

- $x \Vdash KF \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in E(U_x)\,(y \Vdash F)$.

Примеры $E(U)$:
- члены группы U, имеющие подписчиков в U;
- члены группы, лицензированные властями (должны присутствовать в каждой группе).

Каждая группа U имеет непустое подмножество $E(U) \subseteq U$ "авторитетных" блоггеров.

Это источник информации, инициаторы обсуждений. Остальные пользователи только читают и комментируют.

- $x \Vdash KF \Leftrightarrow \exists U_x \forall y \in E(U_x)\,(y \Vdash F)$.

Примеры $E(U)$:

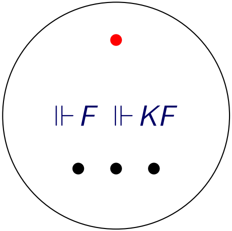
- члены группы U, имеющие подписчиков в U;
- члены группы, лицензированные властями (должны присутствовать в каждой группе).

Допущение (Монотонность)

Авторитет, "заработанный" в группе U, должен признаваться всеми группами $V \supseteq U$: $\quad U \subseteq V \Rightarrow E(U) \subseteq E(V)$.

Примеры функций выбора удовлетворяют этому условию.

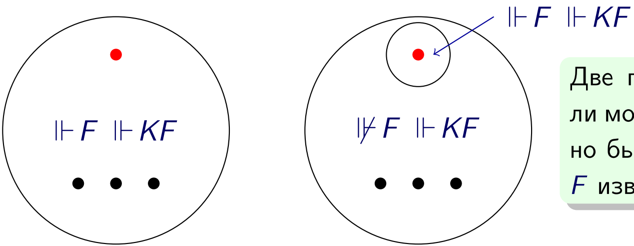
Знание в социальных сетях (примеры)



Одна группа. Все пользователи уверены в одном и том же.

- ● – блоггеры
- ● – остальные пользователи

Знание в социальных сетях (примеры)

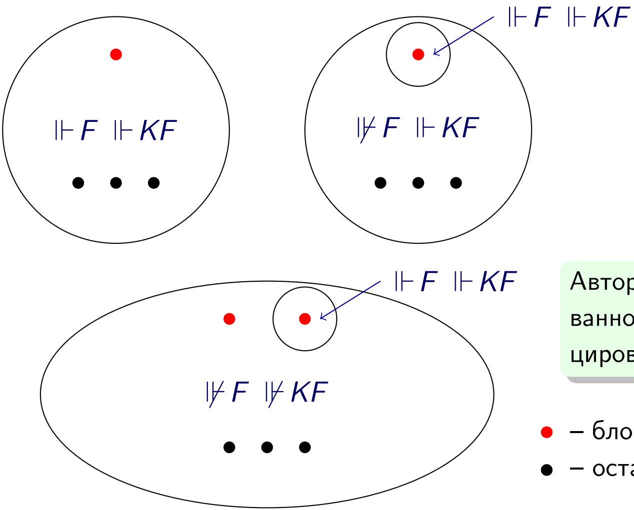


Две группы. Пользователи могут сомневаться в F, но быть уверенными, что F известно.

● – блоггеры

● – остальные пользователи

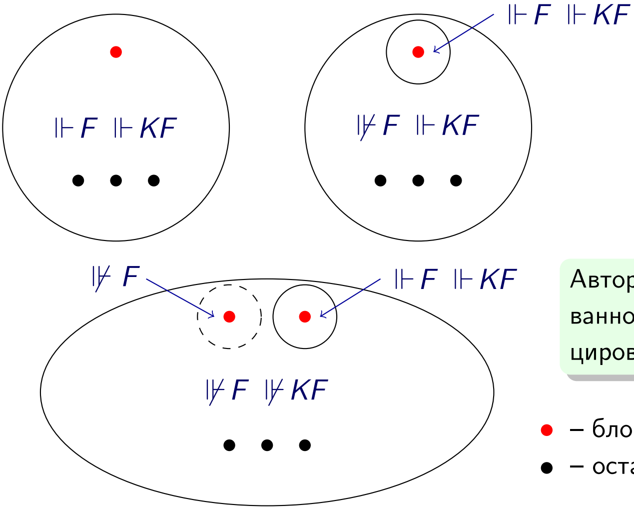
Знание в социальных сетях (примеры)



Авторитет неинформированного блоггера спровоцировал сомнение в KF.

- ● – блоггеры
- ● – остальные пользователи

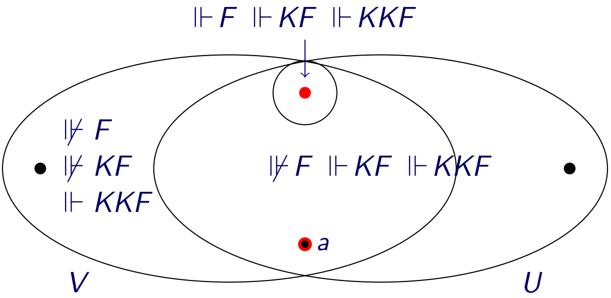
Знание в социальных сетях (примеры)



Авторитет неинформированного блоггера спровоцировал сомнение в KF.

- – блоггеры
- – остальные пользователи

Знание в социальных сетях (примеры)



$a \in E(V) \setminus E(U)$

Пользователь a авторитетен в группе V, но не в U или $U \cap V$. Все пользователи из $V \setminus U$ сомневаются в F и KF, но **уверены, что известно, что F известно**.

Группы: пусть τ — множество всех групп, т.е. коллективов для совместного обсуждения.

- Для начала можно считать, что это все сообщества, зарегистрированные в сети, хотя для больших сетей это натяжка, т.к. в конкретном обсуждении участвуют более мелкие коллективы пользователей.

Группы: пусть τ — множество всех групп, т.е. коллективов для совместного обсуждения.

- Для начала можно считать, что это все сообщества, зарегистрированные в сети, хотя для больших сетей это натяжка, т.к. в конкретном обсуждении участвуют более мелкие коллективы пользователей.
- Технически удобно считать непустые пересечения двух групп новыми группами. Более общее допущение следующее:

Допущение

τ образует базу топологии на X.

Продолжим отношение $\Vdash$ на составные высказывания с сохранением принципа "Сомневающиеся пользователи".

Естественный способ — определение форсинга для интуиционистской логики высказываний IPC:

- $x \Vdash p \;\Leftrightarrow\; \exists U_x \forall y \in U_x\, (y \Vdash p)$ для $p \in Var$, $\quad x \nVdash \bot$,
- $x \Vdash F \wedge G \;\Leftrightarrow\; \exists U_x \forall y \in U_x\, (y \Vdash F$ и $y \Vdash G)$,
- $x \Vdash F \vee G \;\Leftrightarrow\; \exists U_x \forall y \in U_x\, (y \Vdash F$ или $y \Vdash G)$,
- $x \Vdash F \to G \;\Leftrightarrow\; \exists U_x \forall y \in U_x\, (y \Vdash F$ влечет $y \Vdash G)$,
- $x \Vdash \neg F \;\Leftrightarrow\; \exists U_x \forall y \in U_x\, (y \nVdash F)$.

$(X, \tau, \Vdash)$ — конечная топологическая модель IPC.

Добавим монотонную функцию выбора $E : \tau \to 2^X$. *Получим топологическую модель* $(X, \tau, E, \Vdash)$, *которая оказывается моделью следующей интуиционистской эпистемической логики:*

Добавим монотонную функцию выбора $E : \tau \to 2^X$. Получим топологическую модель $(X, \tau, E, \Vdash)$, которая оказывается моделью следующей интуиционистской эпистемической логики:

Интуиционистская эпистемическая логика IEL (С. Артемов, Т. Протопопеску, 2014):

- аксиомы интуиционистской логики высказываний (IPC),
- $K(F \to G) \to (KF \to KG)$ (нормальность),
- $F \to KF$ (ко-рефлексия),
- $KF \to \neg\neg F$ (непротиворечивость).

Правило вывода: $F,\ F \to G \vdash G$ (Modus Ponens).

Теорема (В.Н. Крупский, В. Мотолыгин)

Логика IEL *корректна и полна относительно топологических моделей указанного вида.*

Сложность IEL

Теорема (В.Н. Крупский)

Логика IEL *является* *PSPACE*-*полной.*

Сложность IEL

Теорема (В.Н. Крупский)

Логика IEL *является* *PSPACE-полной.*

Нижняя оценка следует из аналогичной оценки для интуиционистской логики высказываний.

Для доказательства верхней оценки мы предлагаем для логики IEL некоторую специальную секвенциальную формулировку без правила сечения и показываем, что поиск вывода в этом секвенциальном исчислении можно осуществить на полиномиальной памяти.

$\mathsf{IEL_G}$ – *версия "light" (без сечения, с правилом сокращения)*

$$\Gamma, A \Rightarrow A, \qquad A \text{ — переменная или } \bot.$$

$$\frac{\Gamma, \Delta, \Delta \Rightarrow G}{\Gamma, \Delta \Rightarrow G}\,(C)$$

$$\frac{\Gamma, F, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \wedge G \Rightarrow H}\,(\wedge \Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow F \quad \Gamma \Rightarrow G}{\Gamma \Rightarrow F \wedge G}\,(\Rightarrow \wedge)$$

$$\frac{\Gamma, F \Rightarrow H \quad \Gamma, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \vee G \Rightarrow H}\,(\vee \Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow F_i}{\Gamma \Rightarrow F_1 \vee F_2}\,(\Rightarrow \vee)_i \quad (i = 1, 2)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow F \quad \Gamma, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \to G \Rightarrow H}\,(\to\Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma, F \Rightarrow G}{\Gamma \Rightarrow F \to G}\,(\Rightarrow\to)$$

$$\frac{\Gamma_1, \Gamma_2 \Rightarrow F}{\Gamma_1, K(\Gamma_2) \Rightarrow KF}\,(KI) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow K\bot}{\Gamma \Rightarrow F}\,(U)$$

$\mathrm{IEL}^-_{\mathrm{G}}$ *(без сечения и структурных правил, с правилом* (KI_1)*)*

$$\Gamma, A \Rightarrow A, \quad A \text{ — переменная или } \bot.$$

$$\frac{\Gamma, F, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \wedge G \Rightarrow H}\,(\wedge \Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow F \quad \Gamma \Rightarrow G}{\Gamma \Rightarrow F \wedge G}\,(\Rightarrow \wedge)$$

$$\frac{\Gamma, F \Rightarrow H \quad \Gamma, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \vee G \Rightarrow H}\,(\vee \Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow F_i}{\Gamma \Rightarrow F_1 \vee F_2}\,(\Rightarrow \vee)_i \quad (i = 1, 2)$$

$$\frac{\Gamma, F \to G \Rightarrow F \quad \Gamma, G \Rightarrow H}{\Gamma, F \to G \Rightarrow H}\,(\to\Rightarrow) \qquad \frac{\Gamma, F \Rightarrow G}{\Gamma \Rightarrow F \to G}\,(\Rightarrow\to)$$

$$\frac{\Gamma, K(\Delta), \Delta \Rightarrow F}{\Gamma, K(\Delta) \Rightarrow KF}\,(KI_1) \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow K\bot}{\Gamma \Rightarrow F}\,(U)$$